Практическое занятие № 3
«Определение расстояний до тел Солнечной системы и их размеров»

Рекомендации по выполнению задания:

Квадраты звездных периодов обращения планет относятся между собой, как кубы больших полуосей их орбит.

Формула, выражающая третий закон Кеплера, такова:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

где T_1 и T_2 — периоды обращения двух планет; a_1 и a_2 — большие полуоси их орбит.

Вот что писал Кеплер после открытия этого закона: «То, что 16 лет тому назад я решил искать, <...> наконец найдено, и это открытие превзошло все мои самые смелые ожидания...»

Действительно, третий закон заслуживает самой высокой оценки. Ведь он позволяет вычислить относительные расстояния планет от Солнца, используя при этом уже известные периоды их обращения вокруг Солнца. Не нужно определять расстояние от Солнца каждой из них, достаточно измерить расстояние от Солнца хотя бы до одной планеты. Величина большой полуоси земной орбиты — *астрономическая единица* (а. е.) — стала основой для вычисления всех остальных расстояний в Солнечной системе.

Пример решения задач

Противостояния некоторой планеты повторяются через 2 года. Чему равна большая полуось ее орбиты?

Дано:

$S = 2$ г.

$T_1 = 1$ г.

$a_1 = 1$ а. е.

a_2 — ?

Решение:

Большую полуось орбиты планеты можно определить из третьего закона Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \qquad a_2^3 = \frac{a_1^3 T_2^2}{T_1^2}$$

Формула $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$ используется для вычисления ее звездного периода:

$$T_2 = \frac{T_1 S}{S - T_1}, \quad T_2 = \frac{2}{2-1} = 2 \text{ г.}$$

Тогда $a_2 = \sqrt[3]{2^2} \approx 1,59$ а.е.

Ответ: $a_2 = 1,59$ а.е.

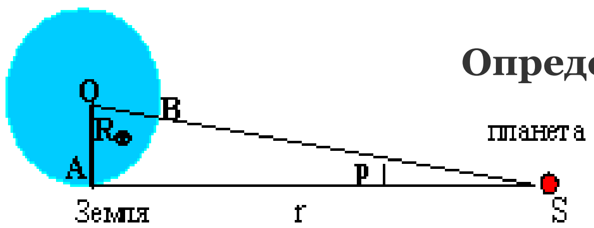

Рис. 3.11. Горизонтальный параллакс светила

Определение расстояний в Солнечной системе.

Горизонтальный параллакс

Измерить расстояние от Земли до Солнца удалось лишь во второй половине XVIII в., когда был впервые определен *горизонтальный параллакс* Солнца. По сути дела, при этом измеряется параллактическое смещение объекта, находящегося за пределами Земли, а базисом является ее радиус.

Горизонтальным параллаксом (р) называется угол, под которым со светила виден радиус Земли, перпендикулярный лучу зрения (рис. 3.11)**.**

Из треугольника *OAS* можно выразить величину — расстояние *OS* = *D***:**

$$D = \frac{R}{\sin p},$$

где *R*— радиус Земли. По этой формуле можно вычислить расстояние в радиусах Земли, а зная его величину, — выразить расстояние в километрах.

Очевидно, что чем дальше расположен объект, тем меньше его параллакс. Наибольшее значение имеет параллакс Луны, который меняется в связи с тем, что Луна обращается по эллиптической орбите, и в среднем составляет 57'. Параллаксы планет и Солнца значительно меньше. Так, параллакс Солнца 8,8S. Такому значению параллакса соответствует расстояние до Солнца, примерно равное 150 000 000 км. Это расстояние принимается за одну астрономическую единицу (1 а. е.) и используется при измерении расстояний между телами Солнечной системы.

Известно, что для малых углов sin *p* ≈ *p,* если угол *p* выражен в радианах. В одном радиане содержится 206 265 S. Тогда, заменяя sin *p* на *p* и выражая этот угол в радианной мере, получаем формулу в виде, удобном для вычислений:

$$D = \frac{206265''}{p} R,$$

или (с достаточной точностью)

$$D = \frac{(2 \cdot 10^5)''}{p} R,$$

Во второй половине XX в. развитие радиотехники позволило определять расстояния до тел Солнечной системы посредством *радиолокации*. Первым объектом среди них стала Луна. Затем радиолокационными методами были уточнены расстояния до Венеры, Меркурия, Марса и Юпитера. На основе радиолокации Венеры величина астрономической единицы определена с точностью порядка километра. Столь высокая точность определения расстояний — необходимое условие для расчетов траекторий полета космических аппаратов, изучающих планеты и другие тела Солнечной системы. В настоящее время благодаря использованию лазеров стало возможным провести *оптическую локацию* Луны. При этом расстояния до лунной поверхности измеряются с точностью до сантиметров.

Пример решения задач.

На каком расстоянии от Земли находится Сатурн, когда его горизонтальный параллакс равен 0,9"?

Дано:

$p_1 = 0{,}9''$

$D_0 = 1$ а.е.

$p_0 = 8{,}8''$

D_1—?

Решение:

Известно, что параллакс Солнца на расстоянии в 1 а. е. равен 8,8″. Тогда, написав формулы для расстояния до Солнца и до Сатурна и поделив их одна на другую, получим:

$$\frac{D_1}{D_0} = \frac{p_0}{p_1}.$$

Откуда $D_1 = \frac{D_0 p_0}{p_1} = \frac{1 а.е. \cdot 8{,}8''}{0{,}9''} = 9{,}8 а.е.$

Ответ: $D_1 = 9{,}8$ а.е.

Определение размеров светил

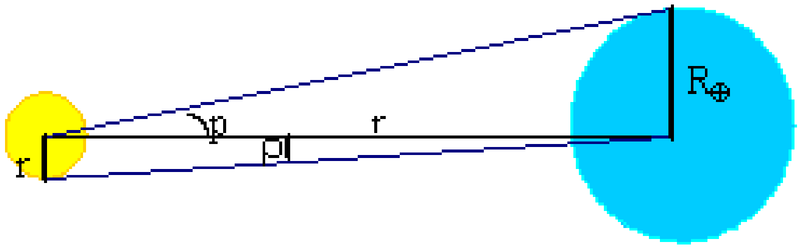

Рис. 3.12. Угловые размеры светила

Зная расстояние до светила, можно определить его линейные размеры, если измерить его угловой радиус ρ (рис. 3.12).

$$D = \frac{r}{\sin \rho}.$$

Формула, связывающая эти величины, аналогична формуле для определения параллакса:

Учитывая, что угловые диаметры даже Солнца и Луны составляют примерно 30', а все планеты видны невооруженному глазу как точки, можно воспользоваться соотношением: sin ρ ≈ ρ. Тогда:

$$D = \frac{R}{p} \quad \text{и} \quad D = \frac{r}{\rho}.$$

Следовательно,

$$r = \frac{\rho}{p} R.$$

Если расстояние *D* известно, то

$$r = D\rho.$$

где величина ρ выражена в радианах.

Пример решения задач

Чему равен линейный диаметр Луны, если она видна с расстояния 400 000 км под углом примерно 30'?

Дано:

$D = 400000$ км

d — ?

Решение:

Если ρ выразить в радианах, то:

$\rho = 30'$ $\qquad$ $d = Dp.$

$$\frac{D_1}{D_0} = \frac{p_0}{p_1}.$$

Следовательно, $d = \dfrac{400000\text{км} \cdot 30' \cdot 3600''}{296265''} = 3490\text{км}.$

Ответ: $d = 3490$км.

Задание:

Номер задания выбирается, в соответствии с первой буквой фамилии и выполняется 3 задания, начиная от выбранной буквы.

А. Определите расстояние от Луны до Марса во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 22,3″.
Б. При наблюдении прохождения астероида М по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 2,5″, а горизонтальный параллакс p = 144″. Определите линейный радиус М.
В. Период обращения астероида М вокруг Солнца составляет примерно 987 сут. Как определить расстояние от М до Солнца?
Г. Определите расстояние от Луны до астероида М во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 12,3″.
Д. При наблюдении прохождения астероида М по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 1,5″, а горизонтальный параллакс p = 134″. Определите линейный радиус М.
Е. Период обращения астероида М вокруг Солнца составляет примерно 918 сут. Как определить расстояние от М до Солнца?
Ж. Определите расстояние от Венеры до астероида К во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 28,3″.
З. При наблюдении прохождения астероида К по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 3,6″, а горизонтальный параллакс p = 184″. Определите линейный радиус К.
И. Период обращения астероида А вокруг Солнца составляет примерно 628 сут. Как определить расстояние от А до Солнца?
К. Определите расстояние от Сатурна до астероида А во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 8,1″.
Л. При наблюдении прохождения астероида М по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 0,9″, а горизонтальный параллакс p = 154″. Определите линейный радиус М.
М. Период обращения астероида М вокруг Солнца составляет примерно 287 сут. Как определить расстояние от М до Солнца?
Н. Определите расстояние от Луны до астероида Т12 во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 22,3″.
О. При наблюдении прохождения астероида Т12 по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 2,5″, а горизонтальный параллакс p = 144″. Определите линейный радиус М.
П. Период обращения астероида Т08 вокруг Солнца составляет примерно 985 сут. Как определить расстояние от Т08 до Солнца?
Р. Определите расстояние от Луны до Марса во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 20,9″.
С. При наблюдении прохождения астероида М по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 6,5″, а горизонтальный параллакс p = 244″. Определите линейный радиус М.
Т. Период обращения астероида М вокруг Солнца составляет примерно 457 сут. Как определить расстояние от М до Солнца?

У. Определите расстояние от Нептуна до астероида А6 во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 18,6″.
Ф. При наблюдении прохождения астероида М по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 1,7″, а горизонтальный параллакс p = 249″. Определите линейный радиус М.
Х. Период обращения астероида М вокруг Солнца составляет примерно 515 сут. Как определить расстояние от М до Солнца?
Ц. Определите расстояние от Луны до Марса во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 23,2″.
Ч. При наблюдении прохождения астероида М по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 1,1″, а горизонтальный параллакс p = 184″. Определите линейный радиус М.
Ш. Период обращения астероида М вокруг Солнца составляет примерно 737 сут. Как определить расстояние от М до Солнца?
Щ. Определите расстояние от Марса до Луны во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 22,3″.
Ю. При наблюдении прохождения астероида М по диску Солнца определили, что его угловой радиус p = 5,1″, а горизонтальный параллакс p = 344″. Определите линейный радиус М.
Я. Период обращения астероида М вокруг Солнца составляет примерно 807 сут. Как определить расстояние от М до Солнца?

Определите расстояние от Венеры до Марса во время великого противостояния, когда его горизонтальный параллакс p = 32,3″.